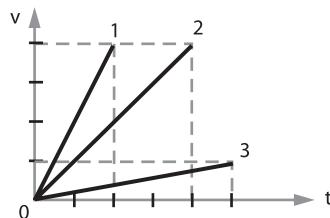


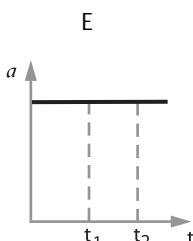
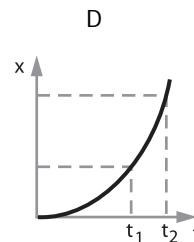
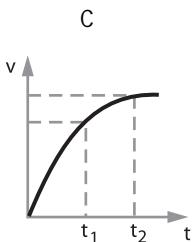
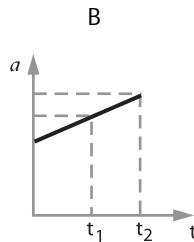
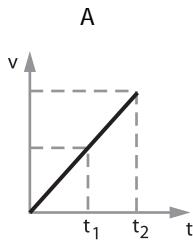
TEST

- 1.- Las velocidades "v" de tres partículas: 1, 2 y 3 en función del tiempo "t", son mostradas en la figura. La razón entre las aceleraciones mayor y menor es:

- a) 8
b) $1/2$
c) 10
d) 1
e) 3



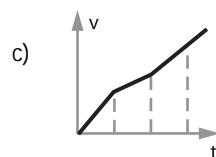
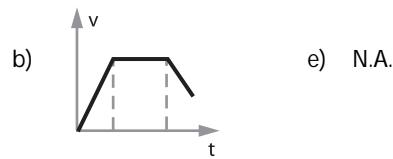
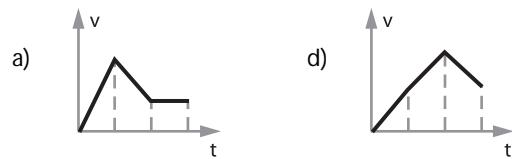
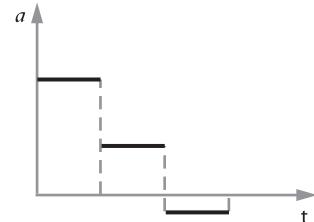
- 2.- De las gráficas:



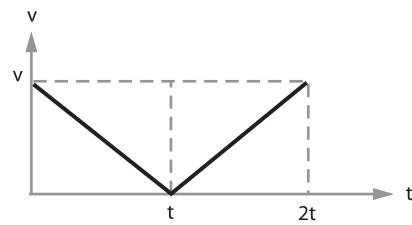
Las que corresponden al movimiento uniformemente variado son:

- a) A, B y C
b) C, D y E
c) A, C y D
- d) A, D y E
e) Ninguna

- 3.- ¿Cuál de los siguientes diagramas $v - t$ corresponde con el diagrama $a - t$ mostrado, si el móvil parte del reposo?



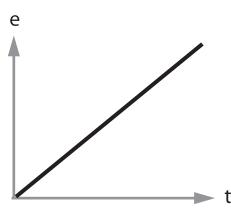
- 4.- El gráfico corresponde con uno de los siguientes movimientos.



- a) El de una piedra lanzada verticalmente hacia arriba.
b) El de una pelota que se lanza verticalmente contra el piso.
c) El de una pelota que se suelta desde cierta altura.
d) El de un objeto que es lanzado desde cierta altura sobre el mar.
e) El de una persona que baja y luego sube una escalera.

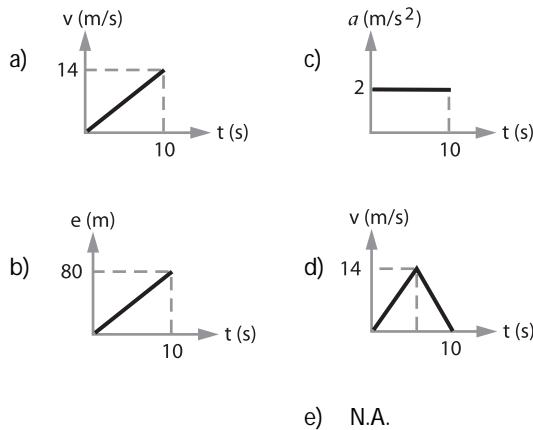
- 5.- Según el gráfico, cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) necesariamente cierta (s).

- I.- Es un M.R.U.
II.- Es un M.R.U.V.
III.- El movimiento es ascendente

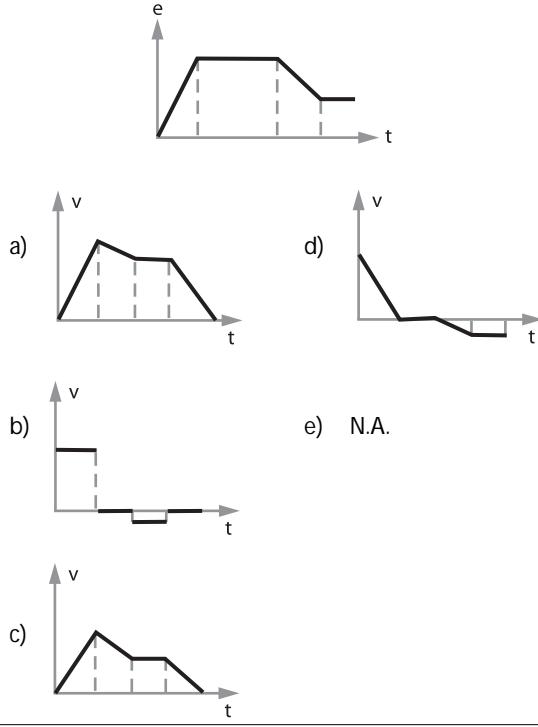


- a) II y III
b) Solo I
c) Solo II
d) Solo III
e) I y III

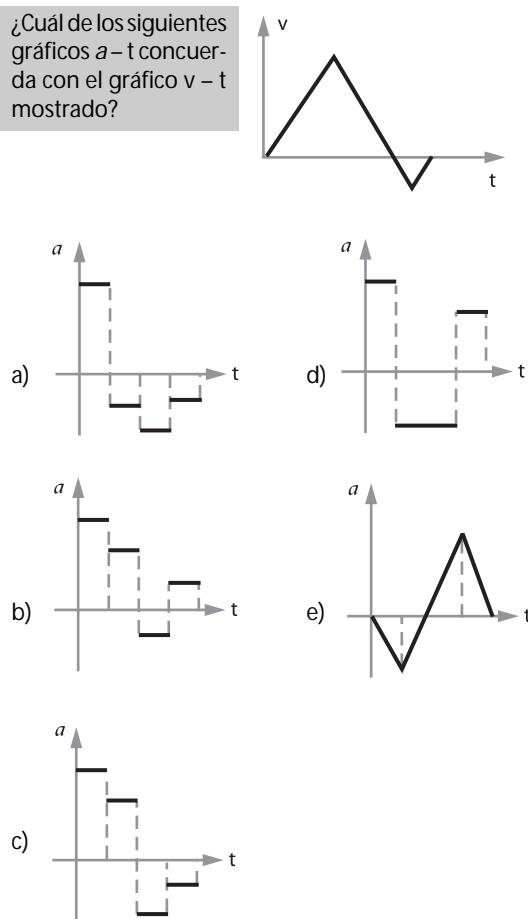
6.- ¿Cuál de los siguientes gráficos indica un mayor recorrido en los 10 primeros segundos, si siempre se parte del reposo?



7.- ¿Cuál de las siguientes gráficas $v - t$ concuerda con la gráfica $e - t$ mostrada?

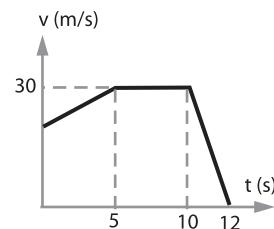


8.- ¿Cuál de los siguientes gráficos $a - t$ concuerda con el gráfico $v - t$ mostrado?



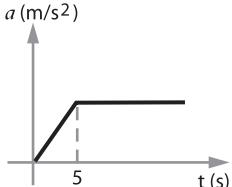
9.- Del gráfico se puede afirmar que:

- a) El móvil partió del reposo.
b) Tuvo aceleración constante durante los primeros 5 segundos.
c) Desaceleró finalmente a razón de 15 m/s^2 .
d) La mayor parte del tiempo se movió con M.R.U.
e) b y c son correctas.



10.- Basados en el gráfico podemos afirmar:

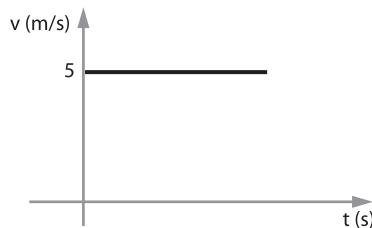
- a) Para $t = 0$, el móvil estaba en reposo.
b) Durante los primeros 5 segundos se movió en M.R.U.V.
c) Despues de los 5 primeros segundos se mueve con velocidad constante.
d) El M.R.U.V. empieza despues de $t = 5$ segundos.
e) Despues de $t = 5$ segundos el móvil se detiene.



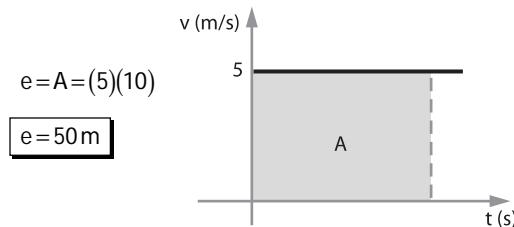
PROBLEMAS RESUELTOS

▲ PROBLEMAS DE APLICACIÓN

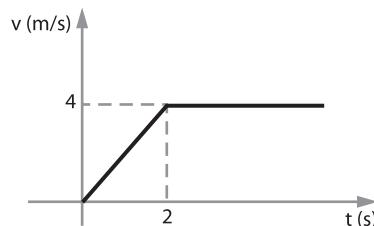
- 1.- Un móvil se desplaza con M.R.U. según el gráfico. Calcular el espacio recorrido al cabo de 10 segundos.



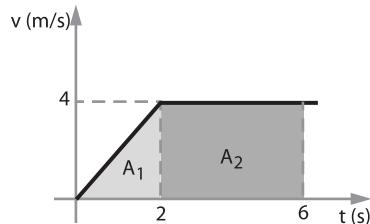
Solución:



- 2.- Una partícula parte del reposo con M.R.U.V. Cuando $t = 2$ s, su velocidad es 4 m/s manteniéndola constante. Calcular el espacio recorrido por el móvil hasta los 6 segundos.



Solución:

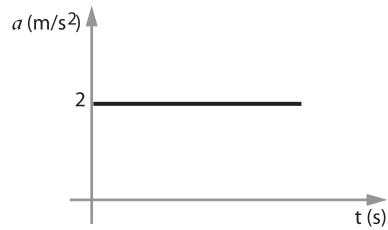


$$A = A_1 + A_2$$

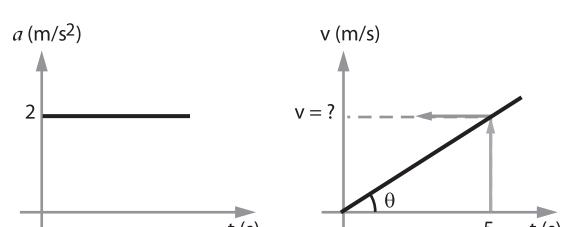
$$A = \frac{(2)(4)}{2} + (6-2)(4) = 20$$

Luego: $e = 20 \text{ m}$

- 3.- Un auto parte del reposo y describe el gráfico adjunto. Determinar la velocidad al cabo de 5 segundos.

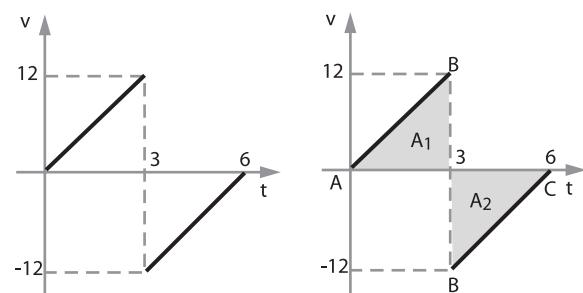


Solución:



$$a = \tan \theta = 2 = \left(\frac{v}{5} \right) \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

- 4.- Una partícula posee el siguiente gráfico de su movimiento (v vs t). Representar el gráfico (e vs t).

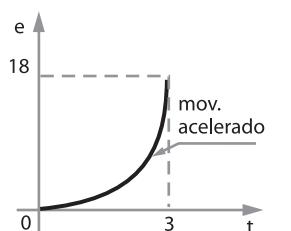


Solución:

□ Entre A y B (mov. acelerado)

$$t = 0 \Rightarrow e = 0$$

$$t = 3 \Rightarrow e = A_1 = 18$$



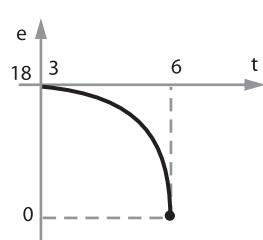
□ Entre B y C (mov.retardado)

$$t=3 \Rightarrow e=A_1=18$$

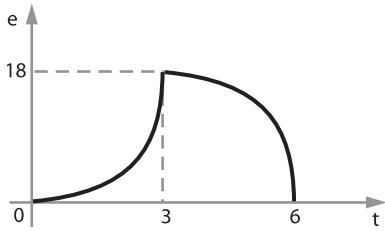
$$t=6 \Rightarrow e=A_1-A_2$$

$$e=18-18$$

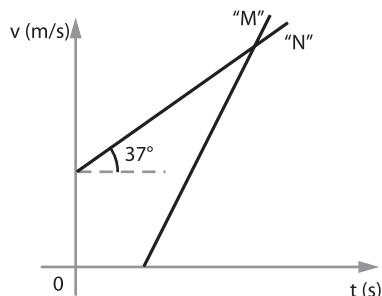
$e=0$
(Ya que el móvil cambia de sentido)



□ Finalmente:



- 5.- El gráfico $v = f(t)$ nos muestra el movimiento de dos móviles "M" y "N". Si "M" parte 3 s después que "N". ¿Al cabo de qué tiempo ambos móviles alcanzan igual velocidad, si "M" acelera a $2,3 \text{ m/s}^2$ y "N" inicia su movimiento a $8,6 \text{ m/s}$?



Solución:

□ Para N: $a = \tan 37^\circ$

$$a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2 ; v_F = v_0 + at$$

$$v_0 = 8,6 \text{ m/s} ; v = 8,6 + \frac{3}{4}t \quad \dots \dots \dots (1)$$

□ Para M:

$$a = 2,3 \text{ m/s}^2 ; v_F = v_0 + aT$$

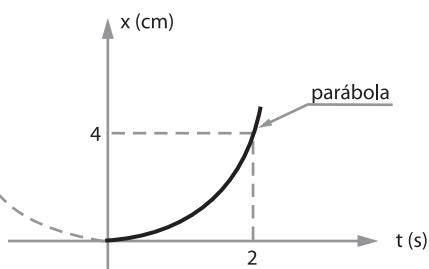
$$v_0 = 0 ; v = 0 + 2,3(t-3) \quad \dots \dots \dots (2)$$

□ (1) = (2):

$$t = 10 \text{ s}$$

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

- 1.- Una partícula se mueve a lo largo de la horizontal de acuerdo a la gráfica ($x - t$) mostrada. ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $t = 1 \text{ s}$?



Solución:

□ $v_0 = 0$, ya que $\tan 0^\circ = 0$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ (mov.retardado)}$$

□ Para $x = 4 \text{ cm}$

$$4 = 0(2) + \frac{1}{2} a(2)^2 \Rightarrow a = 2 \text{ cm/s}^2$$

□ Para: $t = 1 \text{ s}$

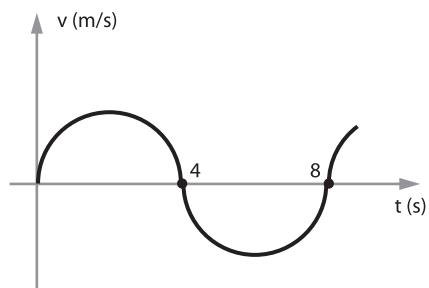
$$a = 2 \text{ cm/s}^2 ; v_F = v_0 + at$$

$$v_0 = 0 ; v_F = 0 + (2)(1)$$

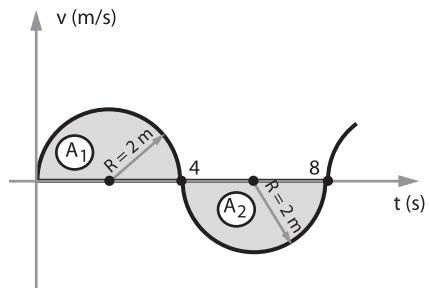
$$v_F = ?$$

$$v_F = 2 \text{ cm/s}$$

- 2.- El gráfico representa el movimiento de un móvil en línea recta. Hallar el desplazamiento y espacio recorrido por el móvil entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 8 \text{ s}$. (radio = 2 m).



Solución:



$$\square |A_1| = |A_2| = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi(2)^2}{2} = 2\pi$$

- d = desplazamiento

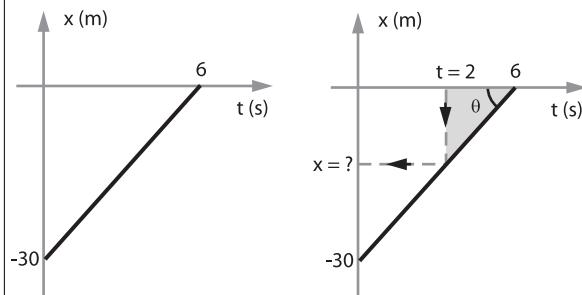
$$d = A_1 - A_2 = 0 \Rightarrow \boxed{d=0}$$

- Espacio recorrido:

$$e = |A_1| + |A_2|$$

$$e = 2\pi + 2\pi \Rightarrow \boxed{e = 4\pi \text{ m}}$$

- 3.- Dado el siguiente gráfico, determine la posición del móvil en el instante $t = 2 \text{ s}$.



Solución:

$$\tan \theta = \frac{30}{6} = 5$$

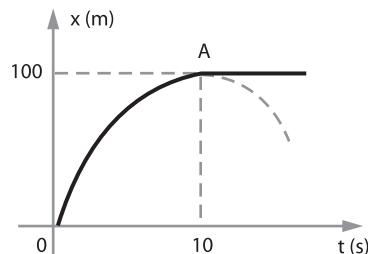
- En el triángulo sombreado:

$$\tan \theta = \frac{x}{6-2} \Rightarrow 5 = \frac{x}{4}$$

$$x = 20$$

- Analizando el problema: $\boxed{x = -20 \text{ m}}$

- 4.- Construir la gráfica ($v - t$) para un móvil cuya posición respecto al tiempo se indica en el gráfico.



Solución:

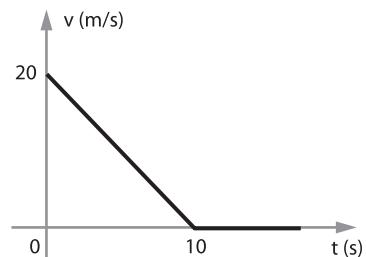
- Entre O y A:

Como la parábola es cóncava hacia abajo el movimiento es retardado (M.R.U.V.). Nótese que cuando el móvil llega al punto "A" ya no se mueve: $v_F = 0$

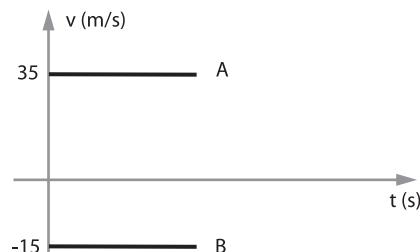
$$e = \left(\frac{v_0 + v_F}{2} \right) t$$

$$100 = \left(\frac{v_0 + 0}{2} \right) 10 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

- Finalmente:



- 5.- El diagrama corresponde al movimiento de dos partículas que inicialmente están separados por 200 m. ¿Qué tiempo tarda el móvil "A" para encontrar al móvil "B"?

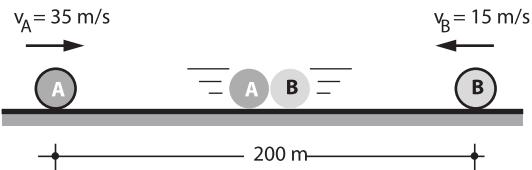


Solución:

- Con el móvil "A" (M.R.U.): $v = 35 \text{ m/s}$

- Con el móvil "B" (M.R.U.): $v = 15 \text{ m/s}$

- Interpretando el problema:

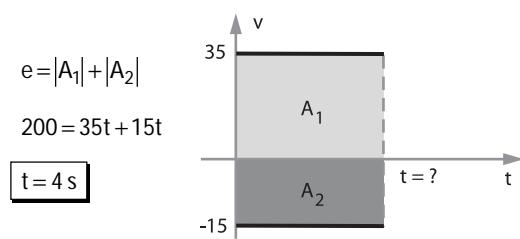


Nos piden el tiempo de encuentro: $t = \left(\frac{e}{v_A + v_B} \right)$

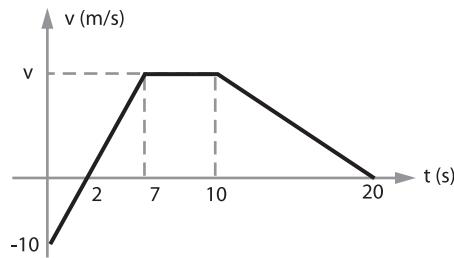
$$t = \left(\frac{200}{35+15} \right) \Rightarrow \boxed{t = 4 \text{ s}}$$

NOTA

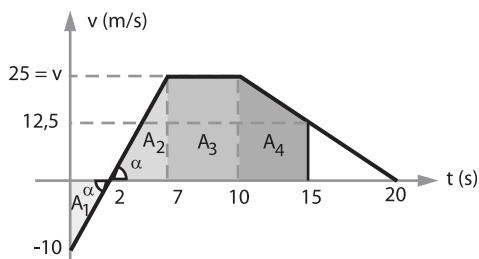
A continuación se explicará otro método para la resolución del presente problema.



- 6.- Un móvil en $t = 0$ está en $x_0 = -50$ m. Hallar la posición en $t = 15$ s. Si la siguiente gráfica ($v - t$) le corresponde.



Solución:



- En el triángulo sombreado (inferior):

$$\tan \alpha = \frac{10}{2} = 5$$

- En el triángulo sombreado (superior):

$$\tan \alpha = 5 = \frac{v}{7-2} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

$$\square A_1 = \frac{1}{2}(2)(10) = 10$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(7-2)(25) = 62,5$$

$$A_3 = (10-7)(25) = 75$$

$$A_4 = \left(\frac{12,5+25}{2} \right) (15-10) = 93,75$$

- $d = -A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$$d = -10 + 62,5 + 75 + 93,75 \Rightarrow d = 221,25$$

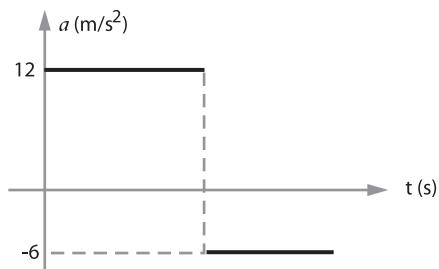
- Interpretando el problema:



$$x = d - 50$$

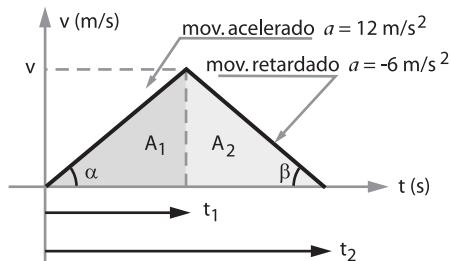
$$x = 221,25 - 50 \Rightarrow x = 171,25 \text{ m}$$

- 7.- El gráfico corresponde a un móvil que parte del reposo y luego de recorrer 1 800 m se detiene. ¿Qué tiempo tarda en recorrer dicha distancia?



Solución:

- Transformando el gráfico ($a - t$) a ($v - t$)



$$\square \tan \alpha = \frac{v}{t_1} = 12 \quad \dots \quad (1)$$

$$\square \tan \beta = \frac{v}{(t_2 - t_1)} = 6 \quad \dots \quad (2)$$

$$\square \text{ De (1) y (2): } t_2 = 3t_1$$

$$e = 1800 = |A_1| + |A_2|$$

$$1800 = \frac{vt_1}{2} + \frac{v(t_2 - t_1)}{2}$$

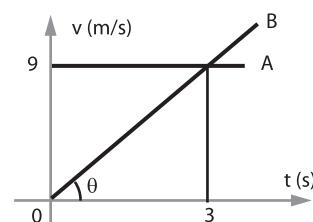
$$\text{Nótese: } v = 12t_1$$

$$1800 = (12t_1) \frac{t_1}{2} + \frac{(12t_1)(3t_1 - t_1)}{2}$$

$$1800 = 6t_1^2 + 12t_1^2 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

$$\square \text{ Finalmente: } t_2 = 3(10) \Rightarrow \boxed{t_2 = 30 \text{ s}}$$

- 8.- En el diagrama, ¿qué tiempo tarda el móvil "B" para alcanzar al móvil "A"?



Solución:

- El punto de intersección que muestra el gráfico, es cuando el móvil "B" alcanza la velocidad al de "A". Hasta ese momento sólo han pasado 3 segundos. Esto significa que el móvil "B" alcanzará al móvil "A" después de superar la velocidad de 9 m/s (como es lógico).

- El problema nos dice que "B" alcanza a "A" ya que ambas parten al mismo tiempo.

$$A_A = A_B$$

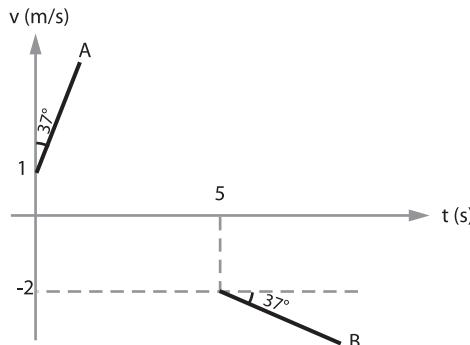
$$9t = \frac{1}{2}t(v_f) \dots (1)$$

$$\tan \theta = \frac{9}{3} = 3 = \frac{v_f}{t}$$

$$v_f = 3t \dots (2)$$

$$\square (2) \text{ en (1): } 9t = \frac{1}{2}t(3t) \Rightarrow t = 6s$$

- 9.- Dos automóviles presentan movimientos donde sus velocidades varían con el tiempo tal como indica la figura. Si inicialmente se encontraban juntos, ¿qué separación existe entre ellos en $t = 9$ s?



Solución:

- Las velocidades tienen signos diferentes, esto nos indica que los automóviles se van alejando: nos piden la separación para $t = 9$ s. Tenemos que calcular la suma de espacios hasta $t = 9$ s.

- Con el móvil "A":

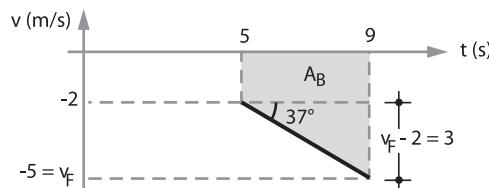
$$\tan 53^\circ = \frac{v_f - 1}{9}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{v_f - 1}{9}$$

$$v_f = 13$$

$$A_A = (1)(9) + \frac{1}{2}(9)(12) \Rightarrow A_A = 63$$

- Con el móvil "B":



$$\tan 37^\circ = \frac{v_f - 2}{9 - 5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{v_f - 2}{4} \Rightarrow v_f = 5 \text{ m/s}$$

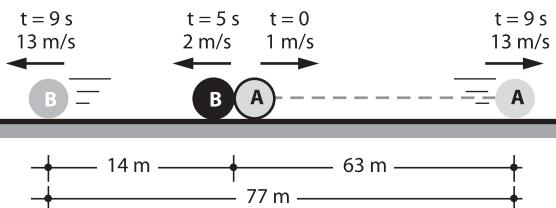
Trabajaremos sólo con valor absoluto, ya que el signo negativo tan sólo nos indica el sentido del movimiento.

$$A_B = (9 - 5)(2) + \frac{1}{2}(9 - 5)(3) \Rightarrow A_B = 14$$

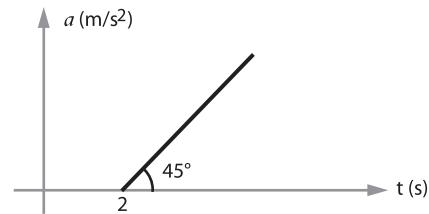
$$\square \text{ Finalmente: } e = A_A + A_B$$

$$e = 63 + 14 \Rightarrow e = 77 \text{ m}$$

□ Interpretando el problema:



- 10.- En el movimiento lineal del gráfico: $v_0 = -12,5 \text{ m/s}$. ¿En qué instante "t" la velocidad es cero?

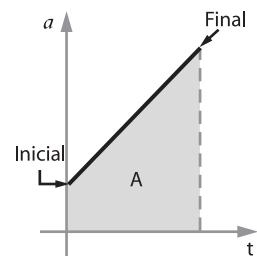


Solución:

NOTA

En un movimiento donde la aceleración varía uniformemente respecto al tiempo, el área bajo la recta del gráfico ($a - t$) representa el cambio de velocidad entre dos puntos.

$$A = v_f - v_0$$



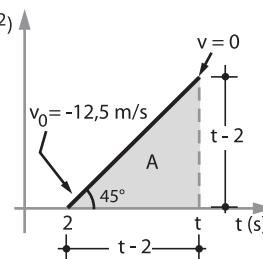
- En nuestro caso:

$$A = \frac{1}{2}(t - 2)^2$$

$$\frac{1}{2}(t - 2)^2 = v_f - v_0$$

$$\frac{1}{2}(t - 2)^2 = 0 - (-12,5)$$

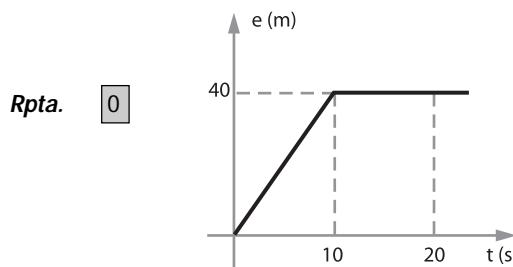
$$t = 7 \text{ s}$$



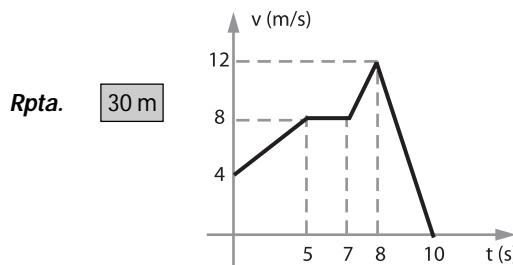
PROBLEMAS PROPUESTOS

▲ PROBLEMAS DE APLICACIÓN

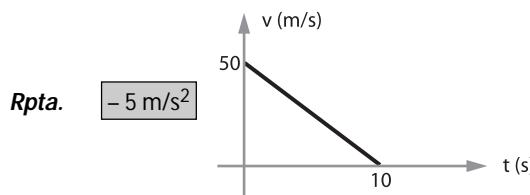
- 1.- ¿Cuál es la velocidad que lleva el móvil entre los 10 y los 20 segundos?



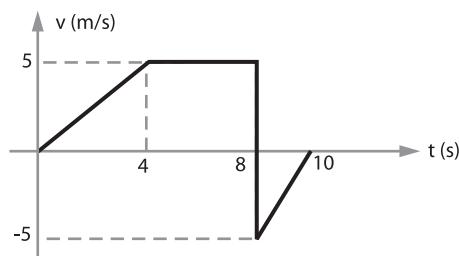
- 2.- Según el gráfico, determinar el espacio recorrido, hasta el quinto segundo a partir de $t = 0$



- 3.- ¿Cuál es la aceleración del móvil según el gráfico?

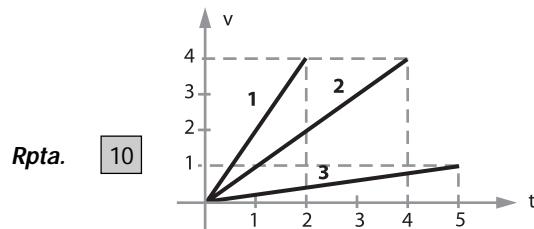


- 4.- El gráfico representa el movimiento de un móvil en una línea recta. Hallar el desplazamiento, y el espacio recorrido por el móvil entre $t = 0$ s y $t = 10$ s

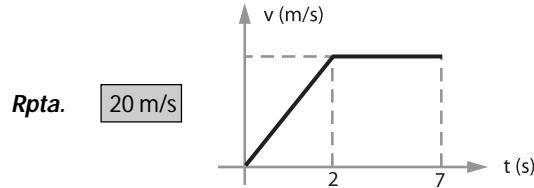


Rpta. Desplazamiento = 25 m
Espacio = 35 m

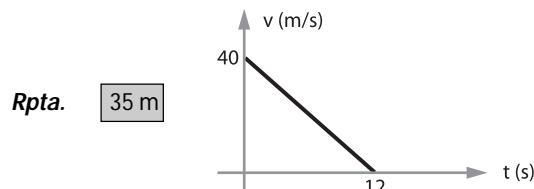
- 5.- La velocidad de tres partículas 1, 2 y 3 en función del tiempo son mostrados en la figura. Calcular la razón entre las aceleraciones mayor y menor.



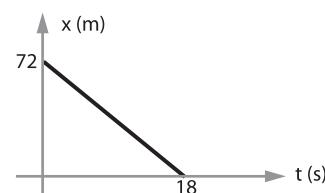
- 6.- El gráfico pertenece a un móvil que se mueve a lo largo del eje x. Si recorre 120 m en los primeros siete segundos, determinar el valor de su velocidad en el quinto segundo.



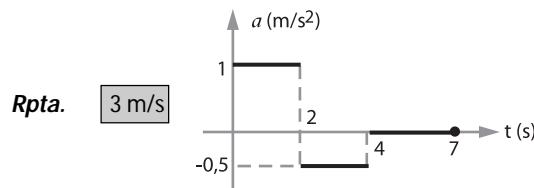
- 7.- Un auto viaja a 40 m/s y frena, desacelerando uniformemente de acuerdo al gráfico de su movimiento. Hallar el espacio recorrido entre $t = 7$ s y $t = 10$ s.



- 8.- En el gráfico adjunto. ¿Cuál es la posición del móvil cuando $t = 10$ s?



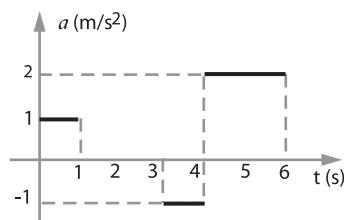
- 9.- Si el móvil parte con $v_0 = 2$ m/s. ¿Cuál es su velocidad al cabo de 6 s?



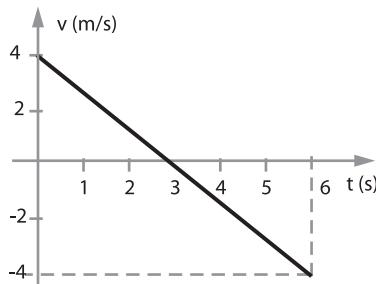
- 10.- En la gráfica $a - t$, determinar la velocidad en el 5^{to} s de movimiento si el móvil parte del reposo.

Rpta.

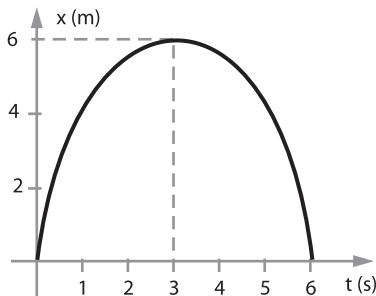
2 m/s

**B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS**

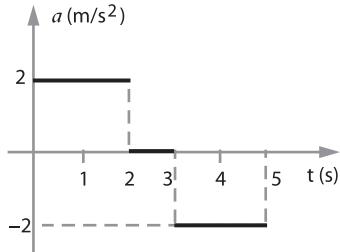
- 1.- Del diagrama v – t de la figura. Deducir el diagrama x – t , si la posición inicial $x_0 = 0$



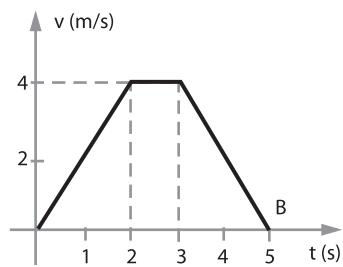
Rpta.



- 2.- Del diagrama a – t de la figura deducir el diagrama v – t si se sabe que la posición y la velocidad inicial es 0.



Rpta.

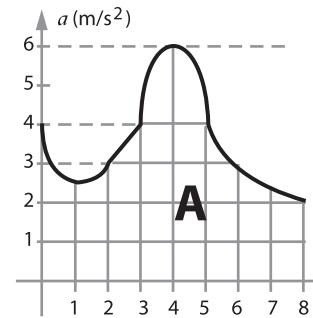


- 3.- Un cohete parte, con velocidad inicial de 8 m/s y su aceleración viene dada por la gráfica mostrada en la figura. ¿Cuál es su velocidad en $t = 8$ s?

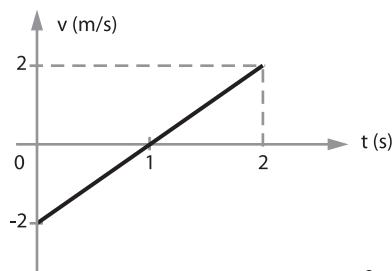
sugerencia: $a = v_f - v_0$

Rpta.

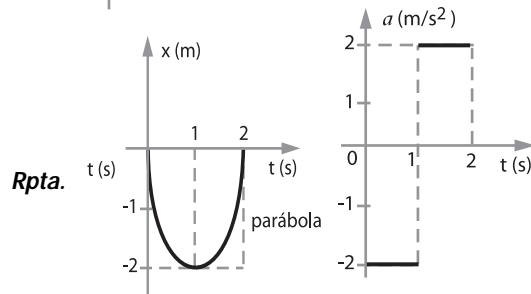
36 m/s



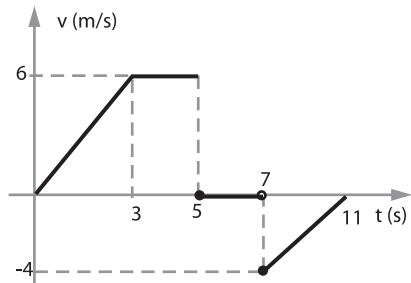
- 4.- De la gráfica v – t de la figura deducir las gráficas x – t y a – t ; considere que el móvil parte del origen de coordenadas.



Rpta.



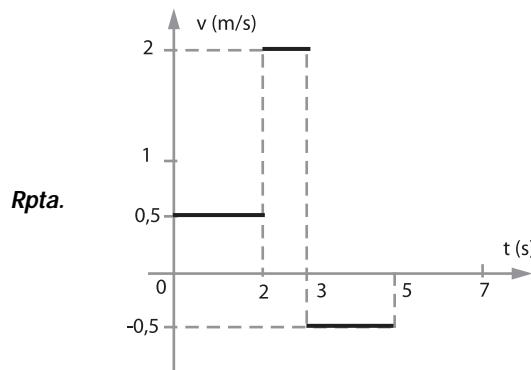
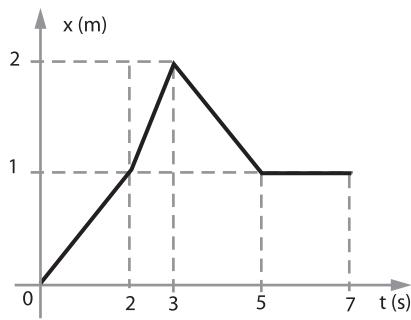
- 5.- La gráfica (v – t) muestra el movimiento horizontal de un móvil, si para $t = 1$ s el móvil se encuentra a 3 m a la izquierda del observador. Hallar la posición del móvil para $t = 11$ s.



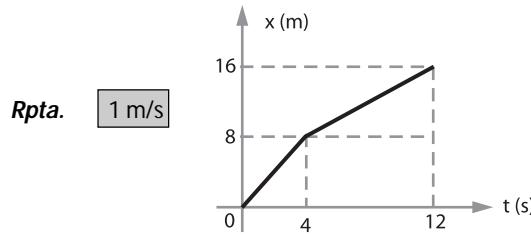
Rpta.

9 m a la derecha del observador

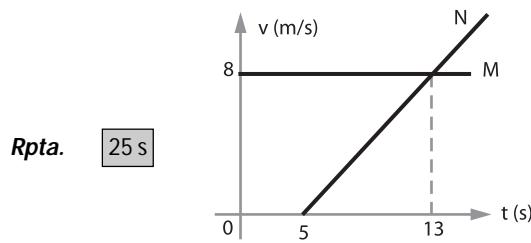
- 6.- El movimiento de una partícula viene dado por la gráfica x – t , determinar la gráfica v – t correspondiente a dicho movimiento.



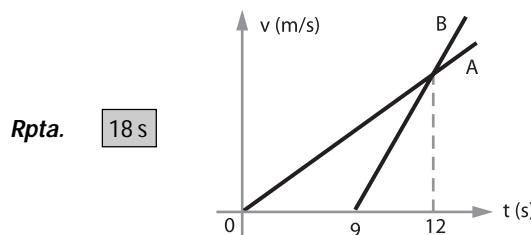
- 7.- Hallar la velocidad instantánea en $t = 10$ s; x = posición, t = tiempo



- 8.- El gráfico representa la velocidad en función del tiempo de dos móviles M y N que parten de un mismo punto sobre la misma recta. Si N parte 5 s después de M, calcular en qué instante N alcanza a M.



- 9.- La figura nos indica diagramas velocidad tiempo de dos móviles A y B que se mueven sobre la misma recta, y que parten de una misma posición inicial. Al cabo de qué tiempo, en segundos, se encontrarán los móviles.



- 10.- El gráfico describe el movimiento de un auto y un camión que pasan por un mismo punto en $t = 0$. Calcular el instante en el cual volverán a estar juntos.

